

doi:10.16576/j.ISSN.1007-4414.2023.06.012

## 基于载荷次序修正的连续损伤疲劳累积损伤模型\*

刘源,薛齐文

(大连交通大学 土木工程学院,辽宁 大连 116028)

摘要:连续损伤理论模型在变幅载荷下未能体现相邻两级载荷的交互作用对结构疲劳寿命的影响,针对这一问题,该文考虑到载荷次序等因素,将应力幅值比的二次方引入模型计算当中,建立新的载荷作用因子,得到改进的非线性疲劳寿命预测模型。根据45号钢、16Mn结构材料经过二级变幅载荷下实验测试而得出的结果,将预测模型与修正后的连续损伤模型进行对比分析,结果表明:该模型具有良好的准确性和可靠性,且不需要引入额外参数,更加适用于实际工程。

关键词:连续损伤;变幅载荷;疲劳寿命预测;载荷次序;非线性疲劳累积损伤

中图分类号:TG405

文献标识码:A

文章编号:1007-4414(2023)06-0041-03

## Continuous Damage Fatigue Accumulation Injury Model based on Load Order Correction

LIU Yuan, XUE Qi-wen

(School of Civil Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, Liaoning, China)

**Abstract:** The continuous damage theory model fails to reflect the influence of the interaction of two adjacent load levels on the structural fatigue life under the variable amplitude loading; therefore, in this paper, considering the load order and other factors, the quadratic stress amplitude ratio is introduced into the model calculation to establish a new load action factor, and to obtain an improved nonlinear fatigue life prediction model. According to the results obtained from the experimental tests of 45 steel and 16Mn structural materials under secondary variable amplitude load, the model is compared and analyzed with the modified continuous damage model. It can be found that the model has good accuracy and reliability and does not need to introduce additional parameters, which is more suitable for practical engineering.

**Key words:** continuous damage; variable amplitude loading; fatigue life prediction; load-to-load interaction; nonlinear fatigue accumulation damage

## 0 引言

机械设备工作运行期间不断承受着外部变幅循环载荷的作用,导致结构不断地发生损伤,疲劳损伤不断累积直至结构发生疲劳破坏,这种破坏与结构的材料性能有着密不可分的关系<sup>[1]</sup>。因此,众多学者针对结构的材料性能在变幅载荷作用下呈现出的规律展开了大量的研究,并提出了大量不同的数值模型,这些数值模型为结构的设计和运行提供了理论基础。但是现有的理论模型大多存在着物理参数过多的问题,且有些参数的值难以直接通过实验测定,不能应用于实际工程中去。

近些年来,国内外学者开始针对材料损伤本身展开研究,其中大部分研究方法都是针对线性理论。在线性理论中,应用最为广泛的是 Miner 损伤法则,该法则具有形式简易、原理和规则较为简单的优势,但该模型在计算时,载荷之间相互独立,未能考虑载荷相互作用,从而忽略了载荷加载的次序<sup>[2-3]</sup>。而交变载荷在循环中,大部分金属材料在描述损伤与循环载

荷之间的关系时表现出了极高的非线性。因此,在线性理论提出之后,国内外众多学者开始提出了大量的非线性损伤模型<sup>[4]</sup>。这些非线性损伤模型从不同方面考虑到疲劳损伤受到来自内部和外部等因素的影响,其中比较典型的有 Chaboche 等<sup>[5]</sup>提出的连续损伤力学模型以及杨晓华等<sup>[6]</sup>将韧性耗散能与连续损伤理论结合得到的新模型等。这些方法可以从一定程度上考虑到材料自身的损伤特性以及累积损伤效应,且预测结果优于线性损伤模型,但它们仍忽略了多级载荷加载历程中相邻两级应力幅值间的相互影响,因此需要对此进行进一步探讨与优化。

基于以上分析,笔者对在交变载荷作用下连续损伤理论模型未考虑载荷次序的影响进行了修正,并利用载荷比的形式构建了载荷交互因子,并将构建的载荷交互因子引入原始模型中,提出新的修正模型。建立的新模型将会在二级变幅载荷下对不同结构材料的疲劳寿命进行预测,然后与疲劳试验数据对比,以进行可行性与有效性验证,并与原始模型等进行对比分析。

\* 收稿日期:2023-03-24

作者简介:刘源(1998-),男,山西临汾人,硕士,研究方向:疲劳断裂机理及其工程应用。

## 1 原始模型

结构发生疲劳损伤时,需要注意以下几点<sup>[7]</sup>:①结构存在着初始微小裂纹形核以及后续发生的扩展阶段;②二级或多级加载模式下疲劳的累积损伤效应;③疲劳极限在出现初始损伤后发生大幅减小的情况;④应力的平均值对结构疲劳极限应力及材料应力-寿命曲线的影响。

基于上述四点考虑,Chaboche 提出了一种可以描述材料性能不断劣化过程的连续损伤理论模型,表达式如下:

$$dD=f(\dots)dN \quad (1)$$

式中:函数  $f$  中存在的变量包含应力、塑性应变、温度和结构损伤等,且加载的应力值与造成损伤的因素变量不可分离表达。当以应力的方式进行加载时,式(1)可以描述为:

$$dD = D^\varphi(\sigma_{\max}, \sigma_m) \left[ \frac{\sigma_{\max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)} \right]^\mu dN \quad (2)$$

式中:指数  $\varphi$  是关于  $\sigma_{\max}$  和  $\sigma_m$  的函数; $\sigma_{\max}$  和  $\sigma_m$  分别为最大应力和平均应力。

根据文献[6]中的研究成果可知,需将材料的韧性耗散能与连续损伤理论结合并积分。积分边界为:循环次数  $n=0$  时,损伤  $D=0$ ;当循环次数  $n=N_f$  时,损伤  $D$  达到极限 1。由此得到连续损伤公式为:

$$D_i = 1 - \left( 1 - \frac{n_i}{N_{fi}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} \quad (3)$$

式中: $n_i$  为  $i$  级载荷对应的循环次数; $N_{fi}$  为对应等级下的疲劳寿命。结合等效损伤理论,可将其推广至二级应力加载下非线性疲劳累积损伤模型:

$$D\left(\frac{n_1}{N_{f1}}\right) = D\left(\frac{n_2'}{N_{f2}}\right) \quad (4)$$

代入式(3)得:

$$1 - \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_1}} = 1 - \left( 1 - \frac{n_2'}{N_{f2}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \quad (5)$$

式中: $n_2'$  为一级载荷循环次数  $n_1$  等效下的二级循环次数。推导式(5)可得:

$$\frac{n_2'}{N_{f2}} = 1 - \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1}} \quad (6)$$

推导出在二级载荷加载下,剩余损伤表达式为:

$$\frac{n_2}{N_{f2}} = \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1}} \quad (7)$$

由式(7)可知,基于连续损伤理论建立的非线性疲劳累积损伤模型形式简单,所含物理参数较少,具有颇高的工程实际应用价值。但是,它未能考虑到载荷之间的相互作用对疲劳寿命的影响,使得其对结构

的剩余疲劳寿命预测精度受到一定的影响,因此需要对此模型进行相关的修正。

## 2 修正模型

针对上述模型未能考虑二级加载方式下变幅载荷应力幅值间的相互作用的问题,有学者提出了可用载荷比的形式来描述此相互作用。两级载荷间的差距大小决定了相互作用影响的程度<sup>[8,9]</sup>,文中采用应力比的二次方形式对上述模型进行修正:

$$\gamma_i = \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_{i+1}} \right)^2 \quad (8)$$

式中: $\alpha_i$  为载荷相互作用因子。

在二级载荷作用下,由等效损伤原理可得前两级损伤之间的关系为:

$$1 - \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\gamma_2}{1-\alpha_1}} = 1 - \left( 1 - \frac{n_2'}{N_{f2}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \quad (9)$$

式中: $n_2'$  是依据等效损伤原理将应力  $\sigma_1$  下作用  $n_1$  次等效为应力为  $\sigma_2$  下作用的次数。

按照式(9)中推导可得二级载荷下等效损伤循环比:

$$\frac{n_2'}{N_{f2}} = 1 - \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1} \times \gamma_2} \quad (10)$$

则二级载荷下剩余疲劳寿命为:

$$\left( \frac{n_2}{N_{f2}} \right)_{cp} = \left( 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1} \times \gamma_2} \quad (11)$$

式中:下标 cp 表示相应级别应力下模型的疲劳寿命预测值。

式(11)即为所提改进非线性疲劳损伤模型。模型中既包含了前后两级载荷比的交互因子,还包含了实时损伤函数,形式简单,没有引入多余的参数,这样既保证了载荷加载次序、载荷间相互作用的影响,又不需要引入额外其它参数,适用于实际工程中的疲劳寿命预测分析。

## 3 算例分析

为验证文章所提修正模型的可行性,将根据收集和整理文献中构件(45号钢、16Mn)的疲劳试验数据进行剩余寿命预测。为了更好地反映模型的预测精度,文中将修正模型的预测结果与 Miner 模型、原始模型的预测结果进行对比分析。

### 3.1 45号钢疲劳寿命预测结果对比分析

45号钢是车辆工程中的常见材料。根据文献[10]中45号钢的二级加载试验数据,将试验值与不同模型损伤预测结果进行比较,得到各个模型与试验数据实测值的误差,以此为依据进行对比分析,具体试验加载参数与疲劳寿命预测结果如表1所列。

表1 45号钢试件两级加载下疲劳试验数据与各模型疲劳寿命预测值

加载应力 /MPa	试验数据实测值				Miner模型	误差 /%	原模型	误差 /%	文中模型	误差 /%
	$n_1$	$n_1/N_{f1}$	$n_2$	$n_2/N_{f2}$						
331.5~284.4	500	0.010 0	423 700	0.847 4	0.99	16.83	0.987 9	16.58	0.983 7	16.09
	12 500	0.250 0	250 400	0.500 8	0.75	49.76	0.705 5	40.87	0.625 6	24.92
	25 000	0.500 0	168 300	0.336	0.5	48.54	0.431 4	28.16	0.323 0	4.04
	37 500	0.750 0	64 500	0.129	0.25	93.80	0.186 1	44.26	0.104 3	19.12
284.4~331.5	125 000	0.250 0	37 900	0.758	0.75	1.06	0.788 8	4.06	0.838 8	10.66
	250 000	0.500	38 900	0.778	0.5	35.73	0.561 0	27.89	0.654 8	15.83

### 3.2 16Mn 疲劳寿命预测结果对比分析

16Mn 是被广泛应用于建筑、汽车以及石化等领域的材料,因其具有高耐磨性,高强度和抗腐蚀等优点,常被用来制造精密零件。根据文献[11]中 16Mn

的二级加载试验数据,将试验值与不同模型的损伤预测结果进行比较分析,得到各个模型与试验数据实测值的误差,并以此为依据进行对比分析,具体试验加载参数与疲劳寿命预测结果如表 2 所列。

表2 16Mn 试件两级加载下疲劳试验数据与各模型疲劳寿命预测值

加载应力 /MPa	试验数据实测值				Miner模型	误差 /%	原模型	误差 /%	文中模型	误差 /%
	$n_1$	$n_1/N_{f1}$	$n_2$	$n_2/N_{f2}$						
372.65~392.3	38 900	0.145	75 500	0.959	0.855 0	10.84	0.861 0	10.22	0.873 1	8.96
	64 400	0.24	62 800	0.798	0.760 0	4.76	0.769	3.63	0.788 4	1.20
	116 000	0.433	62 900	0.799	0.567 0	29.04	0.580 0	27.41	0.611 7	23.44
562.9~392.3	2	0.000 5	73 600	0.935 2	0.999 5	6.88	0.999 0	6.82	0.997 9	6.78
	200	0.050 4	59 400	0.754 8	0.949 6	25.81	0.939 0	24.40	0.880 1	16.59
366~324	39 940	0.2	995 670	0.726 7	0.800 0	10.09	0.772 3	6.27	0.719 3	1.02
	79 880	0.4	545 300	0.398 0	0.600 0	50.75	0.553 5	39.07	0.470 1	18.11
	139 790	0.7	306 000	0.223 3	0.300 0	34.35	0.248 1	11.11	0.168 8	24.41

根据上述两个算例,文章模型与 Miner 模型、Ye 模型进行剩余疲劳寿命估算对比,分别计算各模型与试验数据实测值的误差,并把三种模型在高载荷-低载荷(H-L)加载顺序与低载荷-高载荷(L-H)加载顺序下不同材料的预测值与试验值的比较分析如图 1、2 所示。

提升了 25.84%、9.00%,相比于原始模型分别提升了 11.78%、3.56%,因此,文中模型预测精度略有所提高,可以更为有效地进行疲劳寿命预测,具有一定的工程实用性。

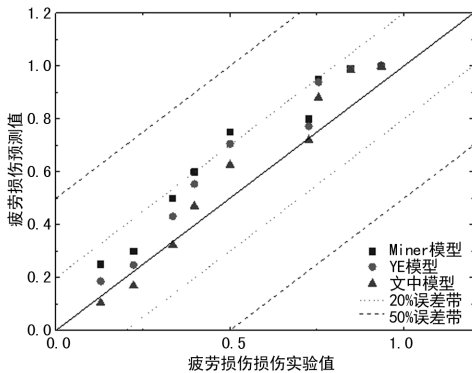


图1 H-L 载荷次序加载下疲劳寿命试验值和预测值比较

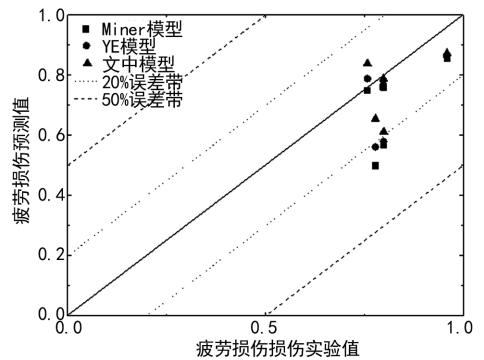


图2 L-H 载荷次序加载下疲劳寿命试验值和预测值比较

通过分析表 1~2 可知,使用 Miner 模型的平均误差分别为 40.95%、21.56%,使用 Ye 模型的平均误差分别为 26.89%、16.12%,使用文章修正模型的平均误差分别为 15.11%、12.56%。相比于 Miner 模型分别

## 4 结语

文章利用相邻载荷比的二次方建立新的载荷相互作用因子,构建一种可行的连续损伤修正模型。所改进的预测模型可有效地处理变幅载荷间的相互作用对不同材料疲劳损伤累积的影响,且根据不同材料

(下转第 47 页)

最佳圆心  $o_5$  到踏面上  $a$  点的距离为:

$$ao_5 = \sqrt{(x_{o_5} - X_1)^2 + (y_{o_5} - Y_1)^2} \quad (7)$$

同理可计算出最佳圆心  $o_5$  坐标到踏面上  $b$ 、 $c$ 、 $d$  三点的距离  $bo_5$ 、 $co_5$ 、 $do_5$  的值。

则车轮踏面外径计算结果为:

$$D = \frac{ao_5 + bo_5 + co_5 + do_5}{2} \quad (8)$$

## 4 检测方法试验

测量系统所用激光测距传感器型号为 OD5-500W200,德国 SICK 品牌,该激光器的测量精度为 0.01 mm,重复精度为 0.03 mm。基于上述检测方法开展试验测试,具体操作如下。

(1) 根据标定方法确定出激光器之间的角度为  $\theta_1 = 38.45^\circ$ 、 $\theta_2 = 18.78^\circ$ 、 $\theta_3 = 57.32^\circ$ 。四个激光器发射点距离标定板上标定中心  $o$  的距离分别为  $L_{ao} = 858.721$  mm、 $L_{bo} = 863.284$  mm、 $L_{co} = 859.173$  mm、 $L_{do} = 852.915$  mm。

(2) 将已知直径为 975 mm 的车轮放在固定接料台上,四个激光测距传感器开始测量,可测得  $l_a = 344.166$  mm、 $l_b = 321.413$  mm、 $l_c = 388.146$  mm、 $l_d = 418.105$  mm。

(3) 根据式(1)~(6)计算得到激光线与车轮踏面相交的四点的坐标  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ,四个圆心坐标  $o_1$ 、 $o_2$ 、 $o_3$ 、 $o_4$  以及最佳圆心  $o_5$  坐标。计算结果如表 1 所列。

表 1 坐标计算结果

代号	X	Y	代号	X	Y
$a$	-404.45	321.14	$o_1$	-52.22	-15.72
$b$	-212.95	-174.69	$o_2$	-51.86	-17.64
$c$	254.30	-396.49	$o_3$	-52.50	16.95
$d$	434.91	448.42	$o_4$	-51.36	-15.90
			$o_5$	-54.99	-16.55

(上接第 43 页)

的疲劳寿命对比结果发现,在二级载荷的作用下,改进模型对疲劳寿命预测的能力有了一定提升,预测分析结果也比原始模型以及 Miner 法则更加接近于真实的试验结果。新的改进模型可以更好地表征疲劳损伤演变特征,适用于工程实际结构的疲劳寿命预测。

## 参考文献:

- [1] 彭兆春. 基于疲劳损伤累积理论的结构寿命预测与时变可靠性分析方法研究[D].成都:四川成都电子科技大学,2017.
- [2] 嵇应凤,姚卫星,夏天翔.线性疲劳累积损伤准则适用性评估[J].力学与实践,2015,37(6):674-682.
- [3] 陈景杰,黄一,李玉刚.考虑疲劳载荷相互影响的修正的 Miner 准则研究[J].中国造船,2014,55(3):36-42.
- [4] Bendak S, Rashid H S J. Fatigue in aviation: A systematic review of the literature [J]. International Journal of Industrial Ergonomics, 2020(76):102928.

将最佳圆心  $o_5$  坐标以及踏面上  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四点的坐标代入式(7)得到半径值  $ao_5 = 488.12$  mm;同理可得  $bo_5 = 487.33$  mm、 $co_5 = 488.02$  mm、 $do_5 = 486.87$  mm,最后根据式(8)计算出车轮踏面外径结果为 975.17 mm。

对于工件直径为 975 mm 的检测对象,该系统检测精度要求为  $\pm 0.5$  mm,由上述计算结果可知,测量误差为 0.17 mm。满足测量系统要求。

## 5 结语

根据火车车轮检测线车轮踏面外径测量的检测要求,提出了一种基于激光测量的非接触式测量方法,该方法可用于自动测量车轮踏面外径尺寸,并将每个的测量数据进行存储后上传 MES 系统,实现了企业生产的自动化。对测量系统中四个激光测距传感器进行标定,可以有效减少测量误差并通过四次三点定圆可进一步缩小误差。该测量系统可以快速地自动测量轮箍踏面外径,有效解决了车轮公司目前在轮箍检测线上存在的工人工作强度大、工作效率低的情况,有利于企业提高自动化程度,同时对盘类零件外径的测量具有推广应用价值。

## 参考文献:

- [1] 常洪伟,吴俊杰,魏佳斯,等.三点法圆外径测量优化研究[J].仪表技术与传感器,2021(3):106-111.
- [2] 杨妹.车轮不均匀磨损激光位移测量仪的设计与测试[J].中国测试,2015,41(5):79-82.
- [3] 韩伟,郑力桑,曹金娣.一种钢管管端内外径测量设备的介绍[J].冶金设备,2014(S1):118-120.
- [4] 黄继雄,莫易敏.基于面阵 CCD 的二维几何尺寸非接触测量及其在 CNC 轮对车床中的应用[J].机械制造,2005(2):30-32.
- [5] 敖辉银,徐晓东,吴乃优.用激光位移传感器检测轮对踏面缺陷[J].西南交通大学学报,2004(3):345-348.

- [5] J. L. Chaboche, P. M. Lesne. A non-linear continuous fatigue damage model [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1988, 11(1):1-17.
- [6] 杨晓华,姚卫星,段成美.确定性疲劳累积损伤理论进展[J].中国工程科学,2003(4):81-87.
- [7] Farag M M, ElKady R M, Hammouda M M I. Cracking simulation-based cumulative fatigue damage assessment [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2021, 44(8):2186-2201.
- [8] Aeran A, Acosta R, Siriwardane S C, et al. A nonlinear fatigue damage model: Comparison with experimental damage evolution of S355 (SAE 1020) structural steel and application to offshore jacket structures [J]. International Journal of Fatigue, 2020(135):105568.
- [9] 路万里,尤文斌,胡时光,等.弹载记录仪寿命评估模型改进研究[J].兵器装备工程学报,2020,41(3):136-140.
- [10] 尚德广,姚卫星.单轴非线性连续疲劳损伤累积模型的研究[J].航空学报,1998(6):8-17.
- [11] 谢里阳.疲劳损伤状态的等效性[J].机械强度,1995(2):100-104.